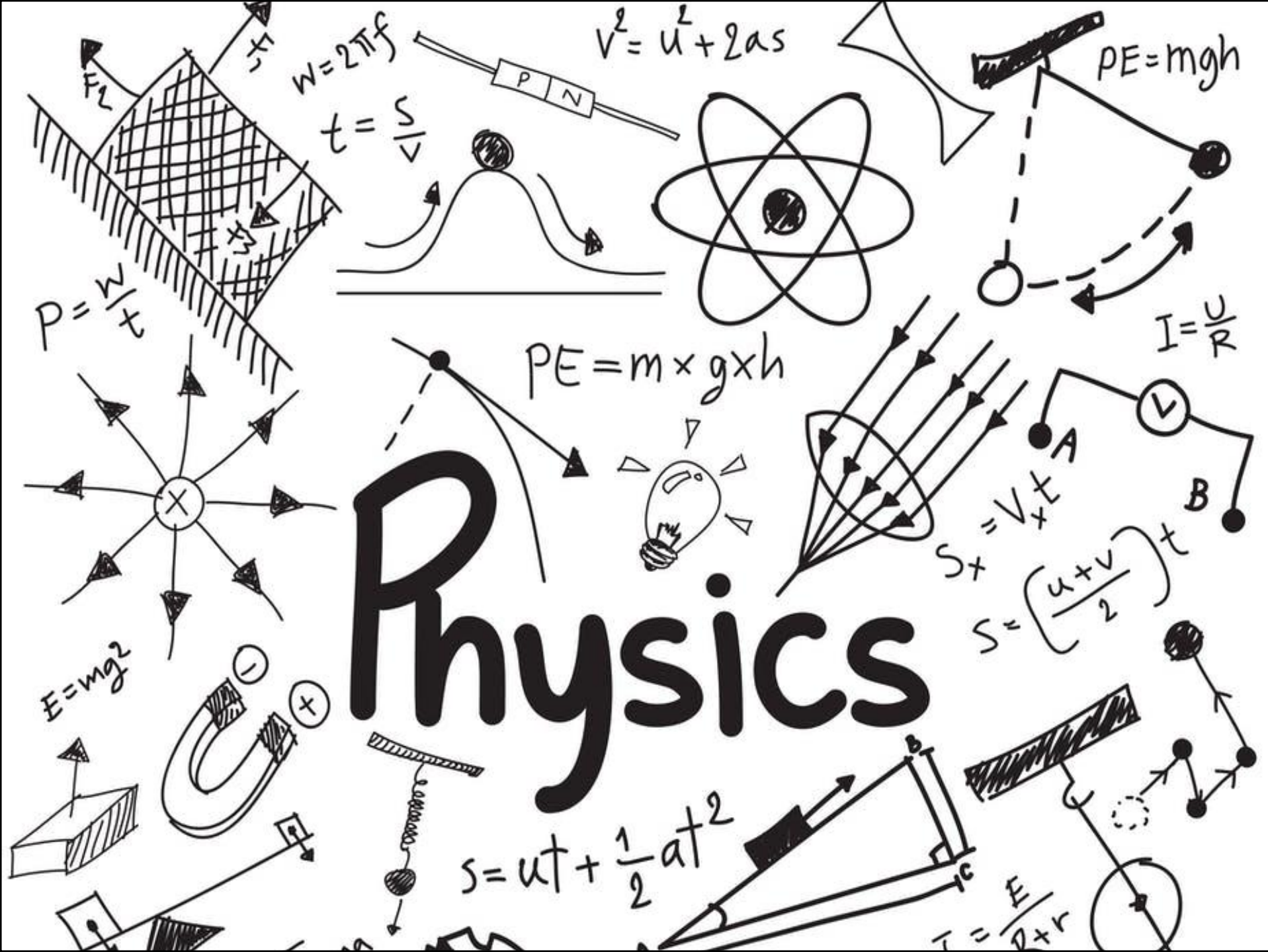


Physics



Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
 - Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
 - Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- COVID attention: προσέρχεστε με τα απαραίτητα δικαιολογητικά
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Ενέργεια Συστήματος (επανάληψη...)

- **Ενέργεια:** αφηρημένη έννοια
 - Ποσότητα που σχετίζεται με την κατάσταση ενός ή περισσότερων σωμάτων → αριθμός
 - Ευμετάβλητη: αλλάζει συνεχώς μορφές
- **Σύστημα:** ένα ή περισσότερα σώματα ή/και κομμάτι ενός χώρου
- **Έργο:** τρόπος μεταφοράς ενέργειας προς ή από ένα σύστημα μέσω εξωτερικής δύναμης που ασκείται στο σύστημα

Ενέργεια Συστήματος (επανάληψη...)

- Ορισμός για δύναμη σταθερού μέτρου:

$$W = F\Delta x \cos(\theta) = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}$$

- Ορισμός για δύναμη μεταβαλλόμενου μέτρου:

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_a^b F_x dx$$

- Έργο δύναμης ελατηρίου:

$$\vec{F}_s = -kx\vec{i}$$

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$$

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω μια εξωτερική δύναμη $\vec{F}_{app}$ που εφαρμόζεται στο σύστημα-σώμα, όπως στο σχήμα

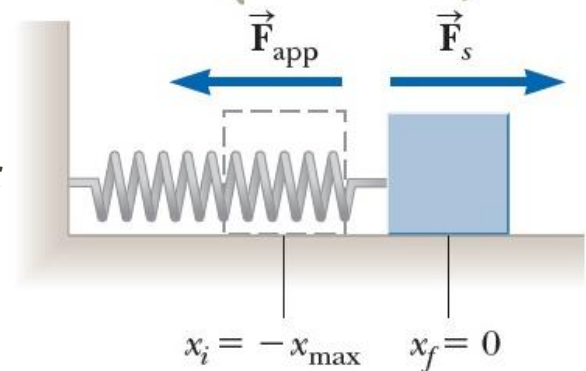
- Κίνηση από το $-x_{max}$ στο 0

- $$\begin{aligned} W_{ext} &= \int \vec{F}_{app} \cdot d\vec{x} = \int -\vec{F}_s \cdot d\vec{x} \\ &= \int_{x_i}^{x_f} -(-kx\vec{i}) \cdot (dx \vec{i}) \\ &= \int_{-x_{max}}^0 kx dx = -\frac{1}{2} kx_{max}^2 \end{aligned}$$

- Για οποιαδήποτε μετατόπιση

$$W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} kx dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2 = -W_s$$

Αν η διαδικασία της κίνησης του σώματος γίνεται ΠΟΛΥ αργά, τότε η $\vec{F}_{app}$ είναι ίση σε μέτρο και αντίθετης φοράς με την $\vec{F}_s$, για κάθε χρονική στιγμή.

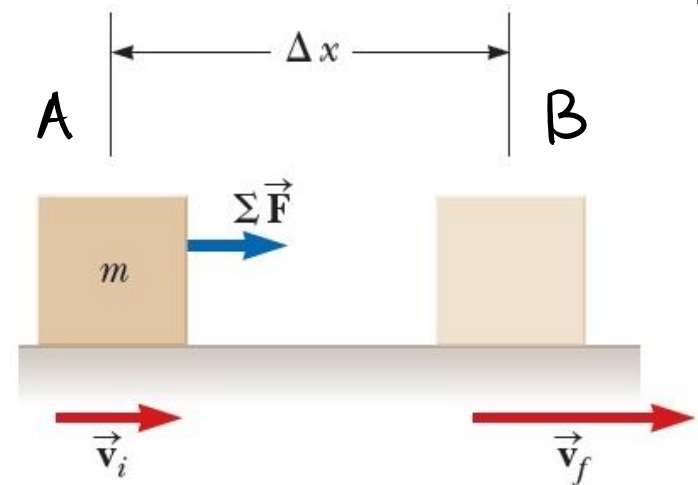


Ενέργεια Συστήματος

- Έργο == Μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας
 - Τι γίνεται αυτή η ενέργεια;
 - Πιθανότατα αλλάζει την ταχύτητα ενός σώματος
- 1^{ος} Τύπος Ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σύστημα:

Κινητική Ενέργεια

- Έστω το διπλανό παράδειγμα:
 - Σύστημα == σώμα μάζας m
 - Σώμα επιταχύνει από $\vec{u}_i$ σε $\vec{u}_f$
 - Σώμα υπό επίδραση σταθερής δύναμης (μοντέλο κίνησης I)



Ενέργεια Συστήματος

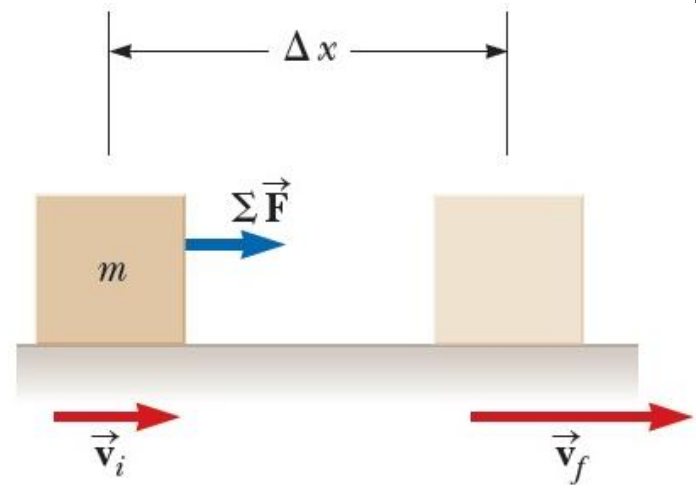
- Θεωρήστε την συνισταμένη των δυνάμεων σταθερή
- Η κίνηση είναι επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση (μοντέλο κίνησης II)
- Άρα

$$u_f^2 = u_i^2 + 2a\Delta x \Leftrightarrow a = \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x}$$

- Από 2^ο νόμο Newton, είναι

$$\Sigma F = ma$$

και με αντικατάσταση έχουμε



Ενέργεια Συστήματος

$$\sum F = m \frac{u_f^2 - u_i^2}{2\Delta x} \Leftrightarrow \overbrace{\sum F \Delta x}^{W_F} = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2$$

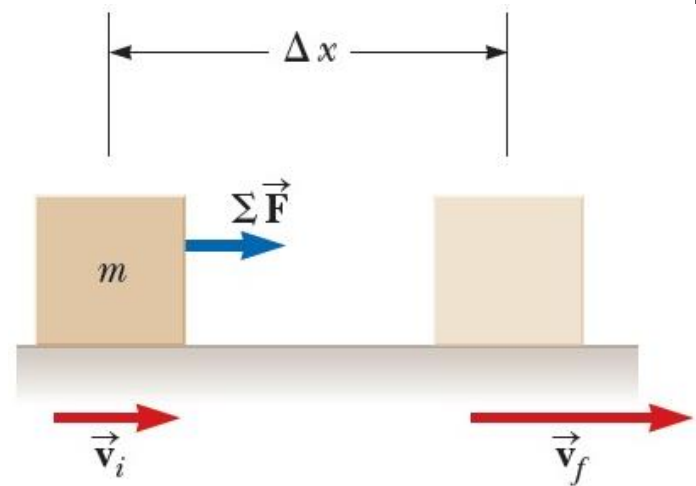
- Το 1^ο μέλος είναι ο ορισμός του έργου σταθερής δύναμης
- Άρα

$$W_{ext} = \frac{1}{2} m u_f^2 - \frac{1}{2} m u_i^2 = K_f - K_i = \Delta K$$

όπου

$$K = \frac{1}{2} m u^2$$

η **κινητική ενέργεια** του σώματος



Ενέργεια Συστήματος

- Η κινητική ενέργεια αναπαριστά την ενέργεια που σχετίζεται με την **κίνηση** ενός σώματος

- Μονάδα μέτρησης στο SI:

$$kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2 = kg \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right) \cdot m = N \cdot m = 1 \text{ Joule (J)}$$

- Συνοψίζοντας:

$$W_{ext} = K_f - K_i = \Delta K$$

- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου

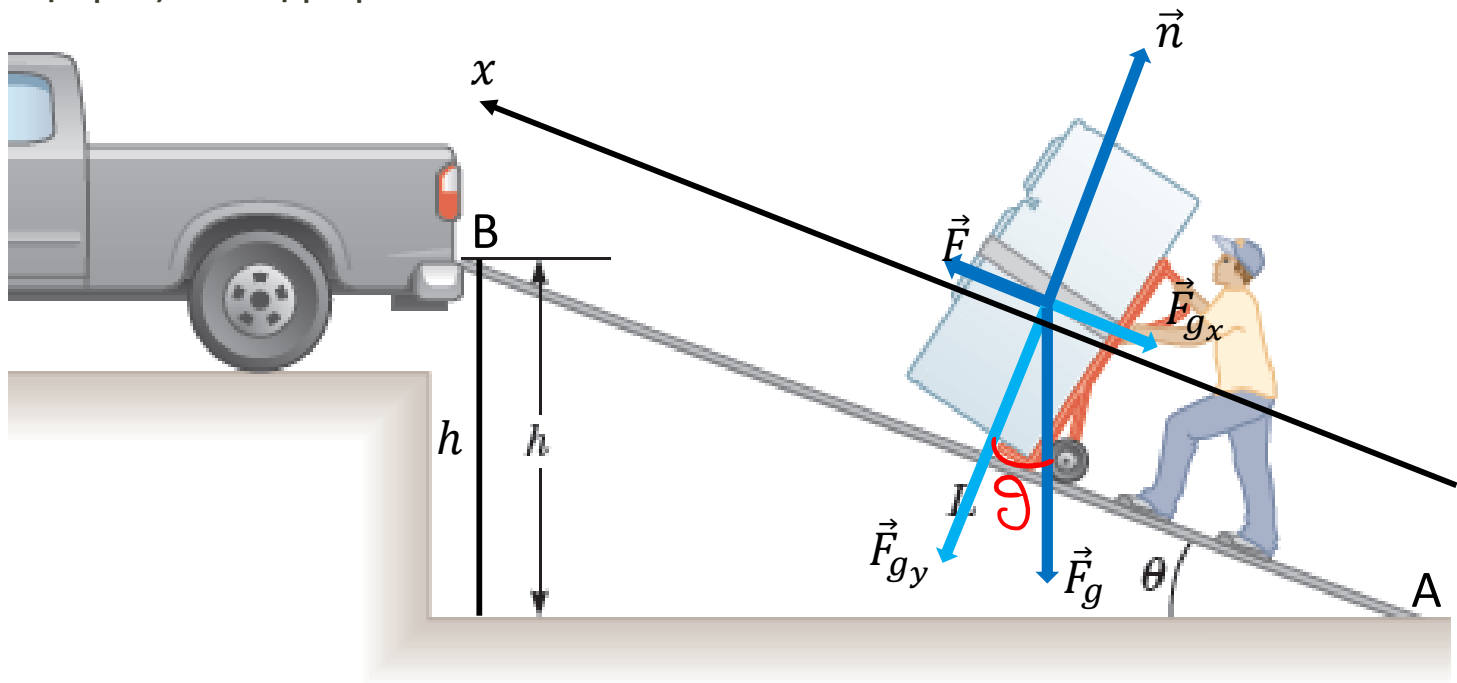
- Όταν σε ένα σύστημα παράγεται έργο από μια συνισταμένη δυνάμεων, και η μόνη αλλαγή σε αυτό αφορά το μέτρο της ταχύτητας του, το συνολικό έργο ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος

Ενέργεια Συστήματος

● Παράδειγμα:

- Ο φίλος σας θέλει να ανεβάσει το ψυγείο του με σταθερή ταχύτητα σε ένα φορτηγό χρησιμοποιώντας μια ράμπα υπό γωνία θ όπως στο Σχήμα. Ισχυρίζεται ότι θα απαιτηθεί λιγότερο έργο από μέρους του αν το μήκος της ράμπας L αυξηθεί. Έχει δίκιο; Θεωρήστε ως σύστημα το ψυγείο με το καρότσι μεταφοράς και τη ράμπα λεία.

$$\Sigma F_x = 0$$



Ενέργεια Συστήματος

● Παράδειγμα – Λύση:

Θεωράμε ως σύστημα το ψυγείο.

Στο ψυγείο ασκούνται 3 δυνάμεις

Η $\vec{F}_g$, η $\vec{n}$, και η $\vec{F}$. Από το σημείο A ως το B ισχύει το ΘΜΚΕ:

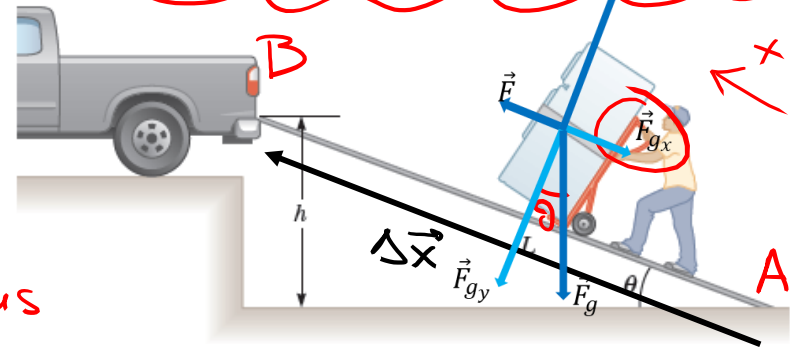
$$\Delta K_{A \rightarrow B} = W_{F_g} + W_n + W_F$$

$$= W_{F_{gx}} + W_{F_{gy}} + W_n + W_F \stackrel{*}{=} W_{F_{gx}} + W_F \Leftrightarrow$$

$$K_B - K_A = W_{F_{gx}} + W_F \Leftrightarrow 0 = W_{F_{gx}} + W_F \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_F = -W_{F_{gx}} \Leftrightarrow W_F = -\vec{F}_{gx} \cdot \Delta \vec{x}_{A \rightarrow B} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_F = -(mg \sin \vartheta \cdot L \cdot \cos(\pi)) = mg \sin \vartheta \cdot L \quad (1)$$



$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = |\vec{F}| |\Delta \vec{x}| \cos \vartheta$$

* Τα έργα $W_{F_{gy}}$, W_n είναι μηδέν γιατί $\vec{F}_{gy} \perp \Delta \vec{x}$
 $\vec{n} \perp \Delta \vec{x}$

Ενέργεια Συστήματος

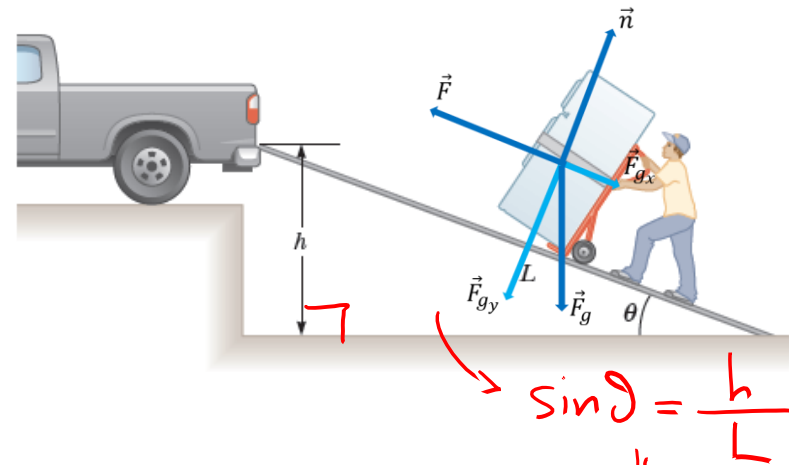
● Παράδειγμα – Λύση:

Όμως από το σχήμα βλέπουμε
ότι ισχύει $\sin\theta = \frac{h}{L}$

και άρα $h = L \sin\theta$, οπότε

① $\Rightarrow W_F = mgh$. Άρα ο φίλος μας ΔΕΝ

έχει δίκιο. Το έργο που παράγεται ενώπιον στο
σύστημα (ψυχείο) είναι ανεξάρτητο του L .



$$h = L \sin\theta$$

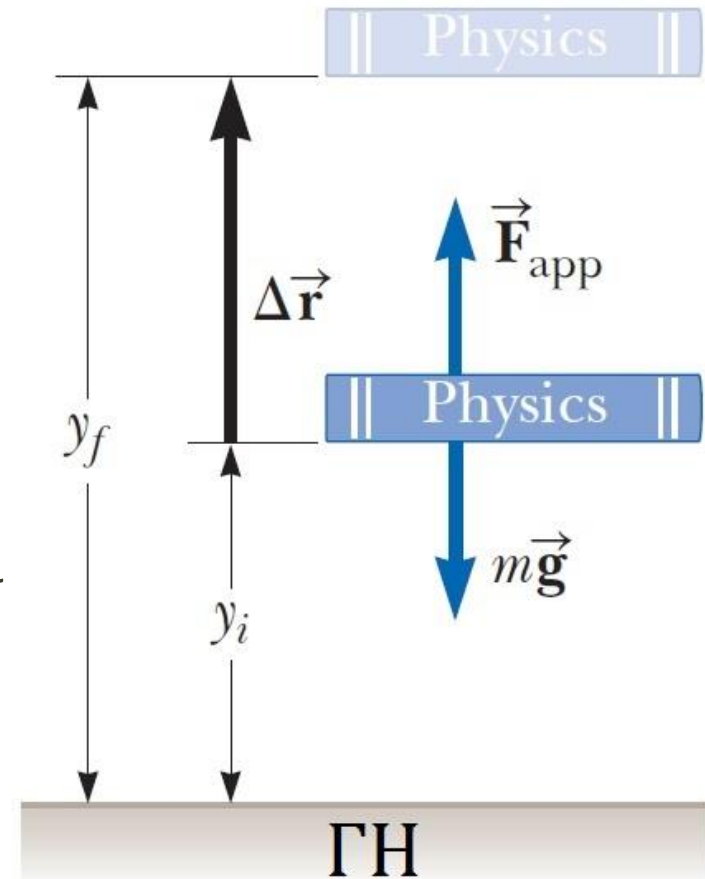
Ενέργεια Συστήματος

- Ως τώρα, είδαμε την επίδραση **εξωτερικών** δυνάμεων σε ένα σύστημα (κυρίως) **ενός** μόνο σώματος
- Ας δούμε συστήματα από **δυο ή περισσότερα** σώματα με δυνάμεις **εσωτερικές** στο σύστημα
 - Δηλ. δυνάμεις που **ΔΕΝ** ασκούνται από το εξωτερικό περιβάλλον
- Τι «ενεργειακό» νέο έχουν να μας πουν τέτοια συστήματα?

Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Μετατοπίζουμε αργά (με σταθερή ταχύτητα) ένα βιβλίο από τη θέση y_i στη θέση y_f μέσω δύναμης $\vec{F}_{app}$
- Αύξηση ενέργειας συστήματος λόγω έργου της $\vec{F}_{app}$
 - Μεταφέρουμε ενέργεια στο σύστημα
 - Υπάρχει δύναμη, υπάρχει μετατόπιση προς τα πάνω, άρα υπάρχει μη μηδενικό έργο! (με βεβαιότητα! 😊)
- Καμιά αλλαγή στην κινητική ενέργεια του συστήματος μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης! Γιατί; Υποθέσαμε
$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$
δηλ. η ταχύτητα δεν αλλάζει!
- Η ενέργεια πρέπει να έχει αποθηκευτεί με άλλη μορφή!

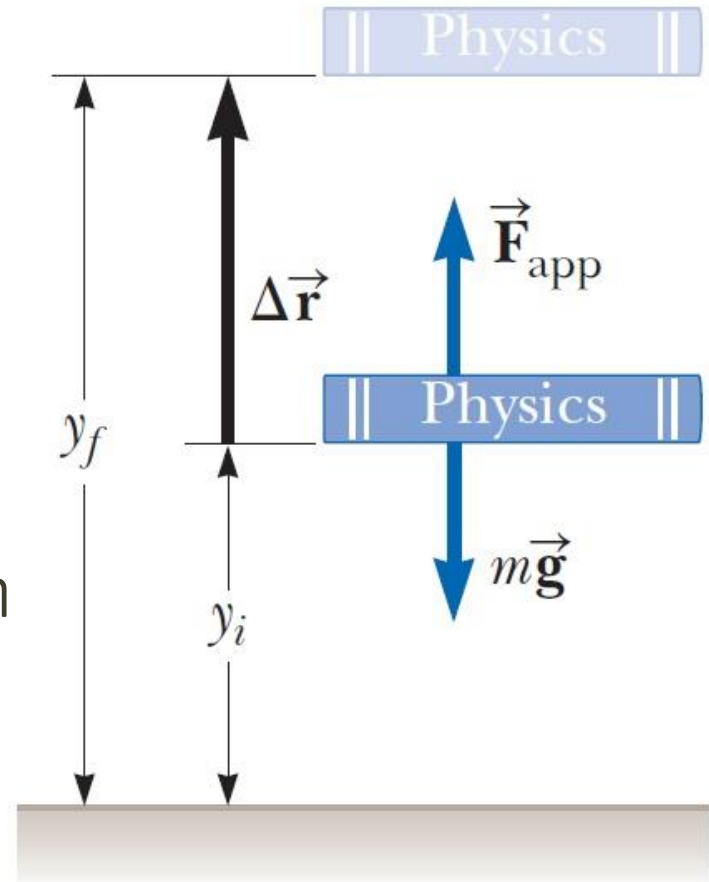


Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Αν αφήσουμε όμως το βιβλίο, θα πέσει στο ύψος y_i
- Τώρα, το βιβλίο (και το σύστημα) έχει κινητική ενέργεια!
 - Πώς την απέκτησε; Από πού προήλθε?
 - Προέρχεται από το έργο της δύναμης $\vec{F}_{app}$ κατά την ανύψωση του νωρίτερα
- Η ενέργεια που ήταν αποθηκευμένη στο βιβλίο πριν αυτό αφεθεί να πέσει λέγεται

βαρυτική δυναμική ενέργεια



Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

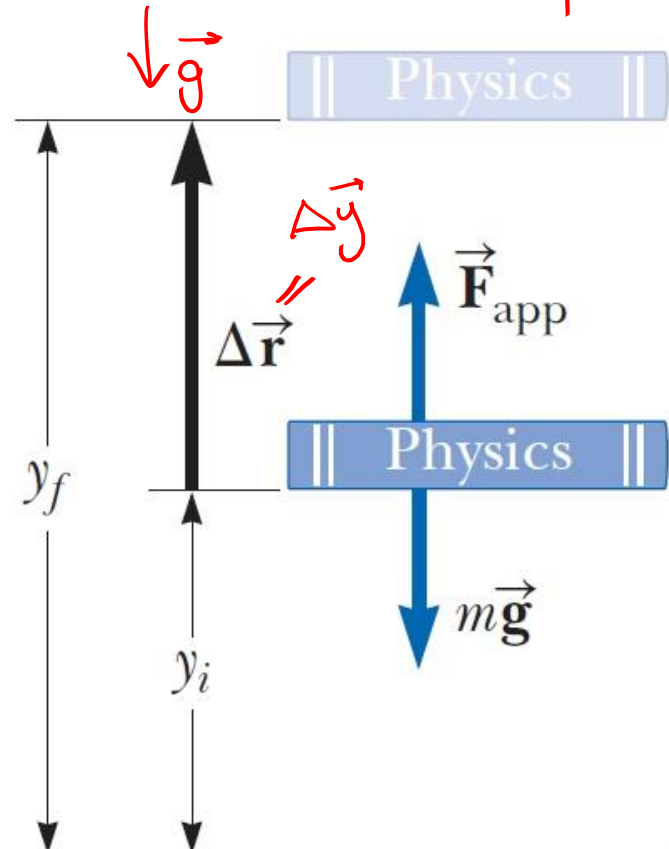
- Εφαρμόζουμε δύναμη για να **ανυψώσουμε** το βιβλίο με (σταθερή) πολύ αργή ταχύτητα (έτσι ώστε $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{app} = -m\vec{g}$)

- $$\begin{aligned} W_{ext} &= \vec{F}_{app} \cdot \Delta \vec{r} = -m\vec{g} \cdot \Delta \vec{r} \\ &= mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} \\ &= mgy_f - mgy_i \\ &= U_{gf} - U_{gi} = \Delta U_g \end{aligned}$$

- Βαρυτική Δυναμική ενέργεια**

$$U_g = mgy$$

- Το έργο της εξωτ. δύναμης κατά την ανύψωση ενός σώματος ισούται με τη μεταβολή στη βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα!



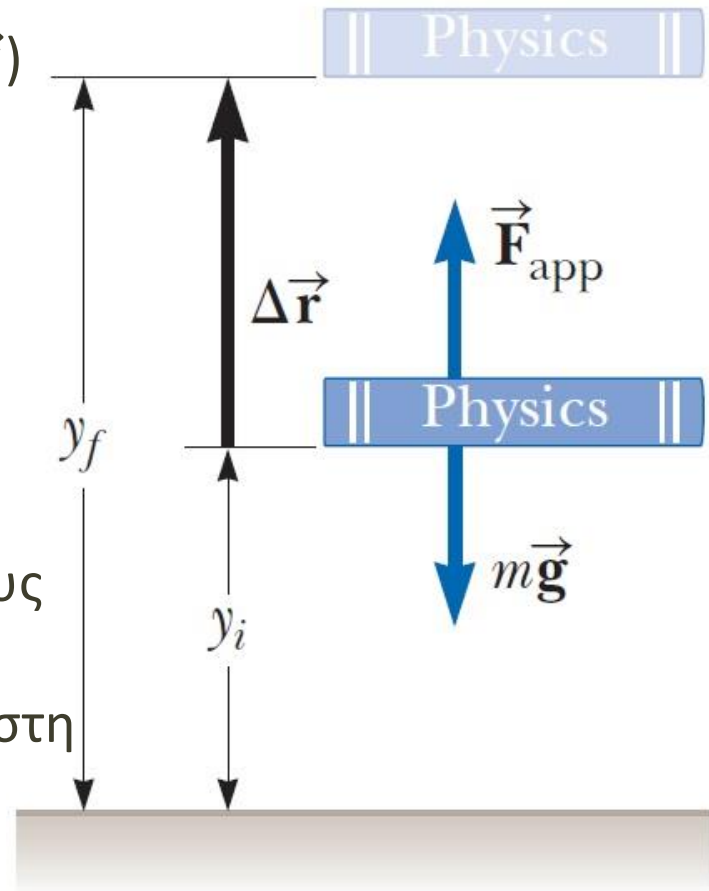
Ενέργεια Συστήματος

Σύστημα: Βιβλίο + Γη

- Εφαρμόζουμε δύναμη για να **ανυψώσουμε** το βιβλίο με (σταθερή) πολύ αργή ταχύτητα (έτσι ώστε $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{app} = -m\vec{g}$)

- $$\begin{aligned} W_{F_g} &= \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = m\vec{g} \cdot \Delta \vec{r} \\ &= -mg\vec{j} \cdot (y_f - y_i)\vec{j} \\ &= mgy_i - mgy_f \\ &= U_{gi} - U_{gf} = -\Delta U_g \end{aligned}$$

- Άρα το έργο της δύναμης του βάρους κατά την ανύψωση ενός σώματος ισούται με την **αρνητική** μεταβολή στη βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα!



Ενέργεια Συστήματος

- **Θυμηθείτε:**

- Είδαμε ότι το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα μπορεί να ισοδυναμεί με **μεταβολή της κινητικής του ενέργειας**, που μεταφράζεται σε **κίνηση** των μελών του συστήματος
- Στην προηγούμενη περίπτωση, είδαμε ότι το έργο που παράγεται εμφανίζεται ως **δυναμική ενέργεια** στο σύστημα, που αναπαριστά αλλαγή στη

διάταξη / διαμόρφωση / σύνθεση

των μελών του συστήματος.

- Εν προκειμένω, το βιβλίο ανυψώθηκε σε σχέση με την επιφάνεια της Γης (άλλαξε η μεταξύ τους διάταξη)

Ενέργεια Συστήματος

- Σε πρακτικά προβλήματα, πρέπει να επιλέγουμε μια διάταξη των μελών του συστήματος (διάταξη αναφοράς) όπου η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδενική
- Για παράδειγμα, όταν τα σώματα βρίσκονται **ακριβώς πάνω** στην επιφάνεια της Γης.
 - Τότε θεωρούμε ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-σώματα είναι μηδενική
 - Οποιαδήποτε μεταβολή στο ύψος κάποιου σώματος σε σχέση με την επιφάνεια της Γης οδηγεί σε μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος
- Πολλές φορές, το πρόβλημα «οδηγεί» στην κατάλληλη επιλογή της διάταξης

Ενέργεια Συστήματος

- Ας δούμε μια άλλης μορφής δυναμική ενέργεια που μπορεί να έχει ένα σύστημα
- Σύστημα ελατήριο-σώμα (όχι μόνο σώμα!)
- Είδαμε νωρίτερα ότι

$$W_{ext} = \int_{x_i}^{x_f} (kx) dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2$$

- Το έργο που παράγεται στο σύστημα εξαρτάται από την αρχική και την τελική θέση του σώματος σε σχέση με τη θέση ισορροπίας του ελατηρίου
 - Είναι κι αυτό μια **διάταξη** των μελών του συστήματος!

Ενέργεια Συστήματος

- Άρα αν θεωρήσουμε ότι

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$

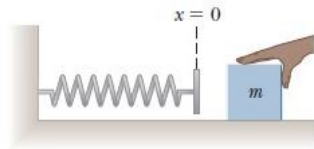
τότε

$$\begin{aligned} W_{ext} &= \int_{x_i}^{x_f} (kx) dx = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2 \\ &= U_s^f - U_s^i \\ &= \Delta U_s \end{aligned}$$

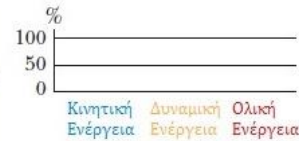
με U_s την **ελαστική δυναμική ενέργεια** που σχετίζεται με το σύστημα σώματος-ελατηρίου

- Το έργο της εξωτερικής δύναμης ισούται με τη μεταβολή στην ελαστική δυναμική ενέργεια του συστήματος

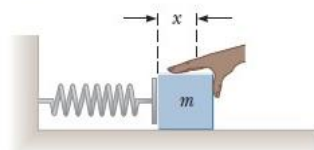
Ενέργεια Συστήματος



Πριν το ελατήριο συμπιεστεί, δεν υπάρχει ενέργεια στο σύστημα ελατηρίου-σώματος.



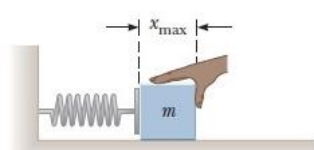
a



Όταν το ελατήριο συμπιέζεται μερικώς, η ολική ενέργεια του συστήματος είναι ελαστική δυναμική ενέργεια.



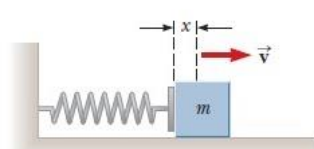
b



Το ελατήριο συμπιέζεται στο μέγιστο βαθμό, και το σώμα κρατείται σταθερό. Υπάρχει ελαστική δυναμική ενέργεια στο σύστημα και καθόλου κινητική ενέργεια.



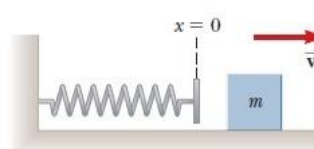
c



Αφού αφήνεται ελεύθερο το σώμα, η ελαστική δυναμική ενέργεια μειώνεται και η κινητική ενέργεια αυξάνεται.



d



Αφού το σώμα χάσει επαφή με το ελατήριο, η συνολική ενέργεια του συστήματος είναι κινητική ενέργεια.



e

Παράγεται έργο από το χέρι επάνω στο σύστημα ελατηρίου-σώματος, κι έτσι η συνολική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται.

Δεν παράγεται κανένα έργο στο σύστημα ελατηρίου-σώματος από εξωτερική δύναμη, κι έτσι η συνολική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή.



Συνεχίζεται... 😊
